

Problem solving: een inleiding

1 Het oplossen van problemen

Het zou leuk zijn als er voor elk probleem een pasklare oplossing zou klaarliggen. Maar zo zit de wereld niet in elkaar. Ook de wiskunde, die je in het SO krijgt, geeft dikwijls een vals beeld. Je krijgt meestal oefeningen voorgeschoteld waar het onmiddellijk duidelijk is hoe je het moet aanpakken. Je zal echter al wel gemerkt hebben dat bij oefeningen op olympiades, en bij 'echte' vraagstukken binnen en buiten de wiskunde, dit niet meer het geval is.

De wiskundige George Polya heeft een boek geschreven: *How to solve it* waarin een algemeen stappenplan beschreven wordt waarmee je echte wiskundige vraagstukken te lijf kan gaan. Zijn ideeën hebben ook buiten de wiskunde zozeer de aandacht getrokken dat ze gelden als een belangrijke bijdrage aan de *heuristiek*, de tak van de psychologie die zich bezig houdt met oplossingsmethoden en strategieën. Laten we in de volgende hoofdstukken de vier principes van Polya eens nader bekijken.



2 De probleemstelling begrijpen

Hij is vrij logisch dat je niet aan een probleem kan beginnen als je de probleemstelling niet helemaal begrijpt.

- Wat wordt er juist gevraagd? Een bewijs? Een oplossing? Alle mogelijke oplossingen?
- Wat zijn de onbekenden? Wat zijn de gegevens? Wat is de voorwaarde?
- Kan je de verschillende onderdelen van de voorwaarde scheiden?
- Ken je de exacte betekenis van alle termen die gebruikt worden in de probleemstelling?
- Wat ligt er vast en wat kan er veranderen?
- Probeer een tekening te maken.
- Kan je het probleem herformuleren met je eigen woorden?
- Is er voldoende informatie om de oplossing te vinden?

3 Een plan bedenken

Als je het probleem goed begrijpt, komt de volgende stap: het bedenken van een plan van aanpak. Hier ben je aangewezen op je wiskundige ervaring en je creativiteit. Je begrijpt de gegevens en je weet waar je naartoe wilt. Hoe kan je nu van het beginpunt naar het eindpunt geraken?

- Heb je al eens een gelijkaardig probleem gezien?
- Welke technieken zouden er bruikbaar kunnen zijn?
- Ga je vooruit werken, dus vertrekkend van de gegevens of kies je eerder om terug te werken. Dan vertrek je van wat je moet bekomen en probeer je dat om te werken tot iets wat je wel gemakkelijk kan bereiken. Bijvoorbeeld een bewijs uit het ongerijmde.

Het kan vaak gebeuren dat je eerste plan van aanpak niet tot het gewenste resultaat leidt. Dan moet je niet opgeven, maar een ander plan bedenken. Als je weet waarom het oorspronkelijk pad mislukte, dan kan je dat soms

helpen bij het maken van een tweede plan en dan was het toch geen moeite voor niks. De kunst bestaat er dus in een gepaste strategie te bedenken en dat kan je het best leren door veel problemen op te lossen. Suggesties hieromtrent:

- Waag een gokje en controleer.
- Elimineer mogelijkheden.
- Gebruik symmetrie.
- Bekijk speciale gevallen.
- Kijk naar een patroon.
- Los een eenvoudiger probleem op.

4 Het plan uitvoeren

Dit lijkt nogal logisch. Maar je mag zeker niet slordig te werk gaan.

- Je moet overzichtelijk en nauwkeurig te werk gaan.
- Controleer elke stap.
- Schrijf alles expliciet op.
- Kijk elk deelresultaat na of het wel plausibel is.
- Kan je bewijzen dat je resultaten correct zijn?

5 Terugkijken

Als je de oplossing gevonden hebt is er tijd voor reflectie.

- Is de oplossing volledig?
- Kan je de oplossing nog vereenvoudigen?
- Kan je de oplossing nog overzichtelijker opschrijven?
- Kan je met dezelfde methode soortgelijke vraagstukken aanpakken?
- Kan je interessante varianten bedenken? Kan je zelf nieuwe opgaven bedenken?
- Wat heb je geleerd uit deze opgave?

6 Slotbedenkingen

Hoe vanzelfsprekend de tips van Polya er ook uitzien, toch blijken ze in de praktijk erg nuttig te zijn. Ze structureren je denken en dwingen je tot systematisch en doelgericht werken. Maar vergeet nooit dat hoe moeilijk het probleem ook lijkt, je bent nooit helemaal machteloos. Je kan altijd iets doen. Een paar dingen uitrekenen en misschien vindt je wel een patroon. Wat gebeurt er als je een bepaalde voorwaarde weglaat? Wat gebeurt er met de speciale gevallen?