

1 Inleiding

Een man beschikt over een klein roeibootje. Hij moet een wolf, een schaap en een kool naar de andere oever overbrengen. In het bootje is maar plaats voor de man en ofwel de wolf, ofwel het schaap, ofwel de kool. Hij mag echter de wolf en het schaap nooit alleen laten (je kan wel raden wat er dan gebeurt) en ook het schaap mag hij niet alleen met de kool achterlaten. Hoe legt hij het aan boord? Dit is een klassiek probleempje van logisch denken dat je ongetwijfeld gemakkelijk kunt oplossen. Dit probleem kwam reeds voor in een rekenboek van Bedius uit de zevende eeuw. De tekst is in het Latijn geschreven en er is ook sprake van een geit i.p.v. een schaap: *Propositio XIX. De lupo et capra et fasciculo cauli.*

Het bovenstaande raadsel ligt ook aan de oorsprong van volgende uitdrukking: De kool en de geit sparen betekent 'bij een conflict beide partijen tevreden willen stellen', 'als de belangen van twee partijen botsen niemand voor het hoofd durven/willen stoten'. Vaak wordt de uitdrukking gebruikt in een zin met een ontkenning: 'Je moet niet altijd proberen de kool en de geit te sparen.'



2 Oplossing

Er zijn twee mogelijke oplossingen:

1. Eerst neemt de man de geit mee, de wolf met de kool achterlatend. Dan gaat hij terug en neemt vervolgens de wolf mee naar de overkant.

Daar aangekomen, neemt hij de geit weer mee terug. Daarna brengt hij de kool over. Hij gaat nog een keer terug, de wolf met de kool achterlatend, en neemt ten slotte de geit mee over.

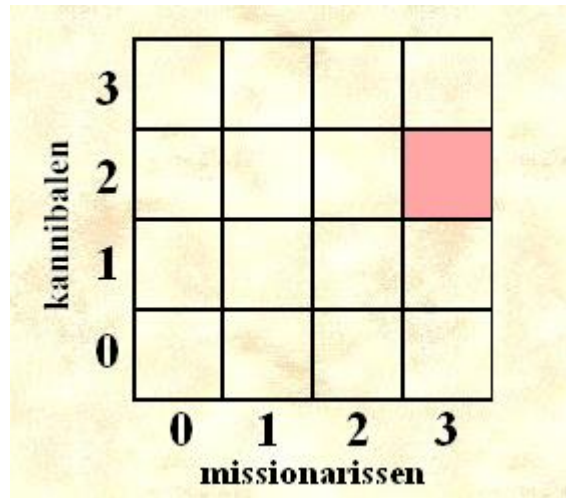
2. Eerst neemt de man de geit mee, de wolf met de kool achterlatend. Dan gaat hij terug een neemt vervolgens de kool mee naar de overkant. Daar aangekomen, neemt hij de geit weer mee terug. Daarna brengt hij de wolf over. Hij gaat nog een keer terug, de wolf met de kool achterlatend, en neemt ten slotte de geit mee over.

3 Andere problemen

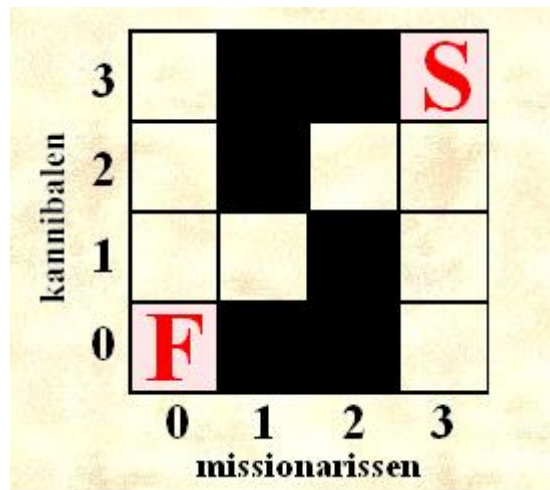
Aan één kant van het water bevinden zich 3 heren A,B en C met hun respectievelijke zusters a,b en c. Ze willen naar de overkant met een bootje dat slechts 2 personen kan dragen. Geen van de dames mag zich zonder haar broer in gezelschap van de andere heren bevinden. je hebt 11 vaarbeurten nodig. Een schematische voorstelling:

1	<i>AaBbCc</i>	
2	<i>AaBC</i>	<i>bc</i>
3	<i>AaBbC</i>	<i>c</i>
4	<i>ABC</i>	<i>abc</i>
5	<i>AaBC</i>	<i>bc</i>
6	<i>Aa</i>	<i>BbCc</i>
7	<i>AaBb</i>	<i>Cc</i>
8	<i>ab</i>	<i>ABCc</i>
9	<i>abc</i>	<i>ABC</i>
10	<i>a</i>	<i>ABbCc</i>
11	<i>ab</i>	<i>ABCc</i>
12		<i>AaBbCc</i>

Een analoog probleem is dat van 3 missionarissen die samen met 3 kannibalen het water willen oversteken. Voor alle zekerheid willen de missionarissen nooit ergens in de absolute minderheid zijn. Er is een boot, maar daar passen niet meer dan twee personen in. Laten we de mogelijke toestanden eerst eens schematisch weergeven. Veronderstel dat de missionarissen en de kannibalen op de zuidoever van de rivier staan. We bekijken de toestanden waarin de boot niet op het water is. Dat kan bijvoorbeeld in een 4x4 rooster (gebuikt door H Hofstede, een nederlandse wiskundige):



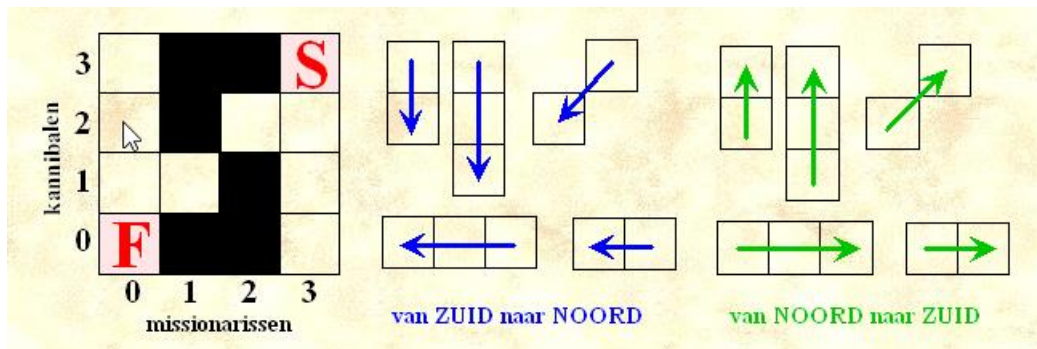
Op de horizontale as staat het aantal missionarissen op de zuidoever, op de verticale as het aantal kannibalen op de zuidoever. Het rode vakje komt overeen met 3 missionarissen en 2 kannibalen op de zuidoever (en dus 0 missionarissen en 1 kannibaal op de noordoever). Vervolgens maken we alle toestanden die niet toegestaan zijn (waarbij er missionarissen worden gegeven) zwart: De startpositie (S) en de finishpositie (F) kleuren we rood.



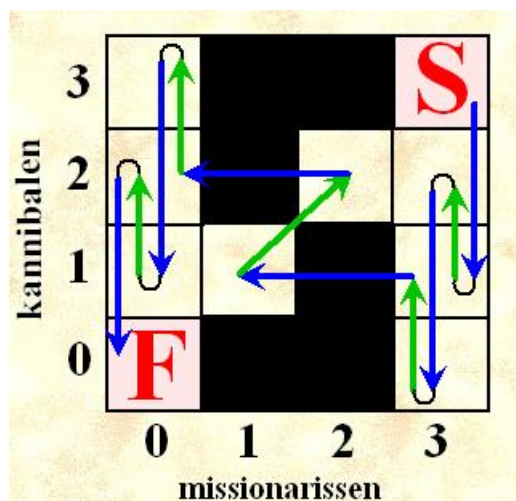
Het is nu de opgave geworden om van S naar F te gaan via alleen maar witte vakjes (= toegestane toestanden). Wat gebeurt er als we met de boot varen? Welke overgangen zijn mogelijk? Stel dat we van zuid naar noord varen. Dan zijn er voor de boot 5 mogelijkheden die elk een overgang in ons rooster weergeven:

1. er zit 1 missionaris in de boot: 1 vakje naar links.
2. er zitten twee missionarissen in de boot: twee vakjes naar links
3. er zitten een missionaris en een kannibaal in de boot: schuin naar links en naar beneden
4. er zitten twee kannibalen in de boot: twee vakjes omlaag
5. er zit 1 kannibaal in de boot: 1 vakje omlaag.

Voor het van noord naar zuid varen kunnen we een zelfde redenering houden. De mogelijke overgangen staan samengevat in de figuur hieronder.



De opgave is geworden: ga in de linkerfiguur over de open vakjes van S naar F. Doe dat door om en om een blauwe en een groene pijl te gebruiken. Een mogelijke oplossing staat hieronder:



We eindigen met een paar uitspraken die je kan onderzoeken:

- 4 missionarissen en 4 kannibalen overvaren blijkt niet te kunnen met een boot met 2 plaatsen.
- Het wil wel lukken als er drie personen in de boot kunnen. De oplossing vergt dan 9 keer varen (ook in de boot mogen nooit 2 kannibalen en 1 missionaris!).
- Met 3 in de boot kunnen we zelfs 5 missionarissen en 5 kannibalen overzetten (in 11 stappen). 6 kannibalen en 6 missionarissen kan nog niet.
- Als de boot 4 plaatsen heeft, is elk aantal over te zetten.